

引文格式: 黄昱, 张益泽, 何丽娜, 等. 低轨卫星轨道根数型广播星历预报[J]. 导航定位学报, 2024, 12(4): 11-17. (HUANG Yu, ZHANG Yize, HE Lina, et al. Prediction of broadcast ephemeris for low Earth orbit satellites based on nonsingular elements[J]. Journal of Navigation and Positioning, 2024, 12(4): 11-17.) DOI:10.16547/j.cnki.10-1096.20240402.

低轨卫星轨道根数型广播星历预报

黄昱^{1,2}, 张益泽¹, 何丽娜², 王珩^{1,3}

(1. 中国科学院上海天文台, 上海 200030; 2. 河海大学地球科学与工程学院, 南京 211100;
3. 沈阳航空航天大学, 沈阳 110136)

摘要: 基于第一类无奇点轨道根数的参数模型设计了17~23参数的8种模型, 通过拟合参数外推得到预报轨道, 研究拟合轨道与预报轨道间的关系, 并探究预报精度的影响因素。实验结果表明: 增加参数个数对拟合精度有明显提升。相对于全球定位系统(GPS)的16参数模型, 20参数模型的预报精度提升26.2%, 拟合精度提升71.2%。同时, 使用蜂群(Swarm)卫星、重力反演和气候实验(GRACE)卫星、贾森2号卫星及通信、导航预测中断系统(C/NOFS)卫星的实测数据分析了轨道倾角、轨道高度、偏心率和拟合弧长对预报精度的影响。

关键词: 低轨(LEO)卫星; 广播星历; 无奇点模型; 轨道预报

中图分类号: P228 文献标志码: A 文章编号: 2095-4999(2024)04-0011-07

Prediction of broadcast ephemeris for low Earth orbit satellites based on nonsingular elements

HUANG Yu^{1,2}, ZHANG Yize¹, HE Lina², WANG Heng^{1,3}

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China;
2. School of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China;
3. Shenyang Aerospace University, Shenyang 110036, China)

Abstract: Based on the first type of singular point-free orbital elements, the paper proposed eight models with 17~23 parameters. By extrapolating the fitted parameters, the predicted orbits were obtained, and the relationship between predicted and fitted orbits was investigated, along with an exploration of factors influencing prediction accuracy. Experimental results indicated that increasing the number of parameters significantly improved fitting accuracy. In comparison to the 16-parameter model used for global positioning system (GPS), the 20-parameter model demonstrates a 26.2% enhancement in prediction accuracy and a 71.2% improvement in fitting accuracy. Additionally, the paper analyzed the impact of orbital inclination, orbital height, eccentricity, and fitted arc length on prediction accuracy. The study used precise ephemerides from Swarm, gravity recovery and climate experiment (GRACE), Jason-2, communications/navigation outage forecasting system (C/NOFS) satellites to validate the experimental conclusions.

Keywords: low Earth orbit (LEO) satellite; broadcast ephemeris; nonsingular elements; orbit prediction

0 引言

低轨(low earth orbit, LEO)卫星是导航增强系统发展的新趋势, 具备信号功率高、飞行速度快

和抗干扰能力强的独特优势。相对于监测站快速变化的几何形状, 低轨卫星运行时可缩短精密单点定位中模糊度收敛时间^[1], 有望从根本上解决载波相位模糊度收敛慢的问题^[2-5]。为了适应发展形

收稿日期: 2024-02-18

第一作者简介: 黄昱(1999—), 男, 安徽淮南人, 研究生, 研究方向为卫星精密定轨。

通信作者简介: 张益泽(1990—), 男, 福建宁德人, 副研究员, 博士, 研究方向为GNSS高精度定位。

势,2021年国家规划成立了中国卫星网络集团有限公司,将航天科技集团“鸿雁”工程、航天科工集团“虹云”等工程整合并入国家星网工程,以大力发展和建设低轨通信与导航融合的巨型星座网络,全面满足国家综合定位导航授时(positioning, navigation, timing, PNT)体系的发展和建设。

合理的LEO卫星的广播星历设计是低轨导航增强系统的重要前提^[6]。由于LEO卫星轨道高度低、飞行速度快、受摄动力影响更复杂^[7],因此针对低轨卫星广播星历的拟合与预报需要进行相关研究。目前的导航增强系统常用的广播星历主要有2个类型^[8-9]:一类是以全球定位系统(global positioning system, GPS)为代表的轨道根数型广播星历^[10-11];另一类是以全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)为代表的矢量积分型广播星历。轨道根数型广播星历以6个描述轨道位置的开普勒参数为基础,不能直接用于小偏心率或小倾角的轨道,否则会出现奇异,导致星历的拟合误差过大或拟合失败^[9]。文献[12]采用第二类无奇点根数,针对地球同步静止轨道(geostationary orbit, GEO)卫星,将相关性大的开普勒轨道参数进行合并,并引入新的参数,解决了GEO卫星小偏心率的问题。文献[13]针对轨道根数型广播星历拟合小偏心率的GEO卫星时出现的奇异问题,基于第一类无奇点根数提出了无旋转倾角的拟合算法,避免了GEO卫星广播星历拟合出现的奇异问题。然而,当倾角接近90°时,奇点仍然存在,文献[8]设计了改进的第二类无奇点轨道根数模型,同时解决了小偏心率、小倾角或倾角过大引起的奇异问题。文献[14]针对LEO卫星轨道,设计了一套无奇点轨道根数23参数广播星历模型,1000 km高度轨道拟合20 min弧段的误差优于5 cm。

广播星历的质量直接依赖轨道的预报精度,对于LEO轨道预报,众多学者展开了一系列研究。目前常用的LEO轨道预报方法主要有轨道根数分析法、动力学拟合法及定轨预报同时处理法等。文献[15]利用分析法进行轨道预报试验,但精度较低,多用于空间目标监测和实时跟踪测量等对预报精度要求不高的领域。动力学拟合法是利用离散轨道重新拟合初始轨道及动力学信息后进行轨道积分外推。文献[16]利用该方法预报海洋二号(Haiyang-2A, HY-2A)卫星12 h轨道,均方根(root mean square, RMS)误差优于6 dm。文献

[17]结合配点(collocation)积分方法,预报贾森(Jason-2/ocean surface topography mission, JASON-2)卫星12、24、48 h轨道,3DRMS分别优于0.8、1.8、5.5 m。定轨预报同时处理方法利用定轨过程中的相关动力学信息进行轨道积分外推,如文献[18]利用该方法预报伽利略导航卫星(Galileo in-orbit validation element-B, GIOVE-B)24 h轨道,精度可达1 m。文献[19]采用单个轨道位置坐标和简单动力学模型的算法,预报10min重力反演和气候实验卫星(gravity recovery and climate experiment, GRACE-C)、HY-2A卫星、蜂群Swarm-A卫星、蜂群Swarm-B卫星的用户测距误差(user ranging error, URE)分别为0.07、0.07、0.08、0.09 m。

根据目前的研究成果,定轨预报同时处理法和动力学拟合法都可预报短时间内的高精度轨道。我国的低轨导航增强系统只在中国境内设有监测站,在实际应用中,可能会出现境外卫星定轨失败并进一步导致轨道预报失败,或卫星出境一段时间后的地区无法接收最新的广播星历,只能用最近的广播星历进行预报,导致预报精度较低。这种情况下,需要一个可靠的备用方案为导航卫星播发广播星历。目前,针对此场景的LEO轨道预报研究仍然较少。

本文以基于第一类无奇点轨道根数法设计的8个广播星历模型为基础,首先比较了不同参数模型的预报精度,然后讨论了预报精度与拟合精度的关系,分析了参数数量对二者的影响。为进一步探究影响预报精度的因素,本文选择了预报效果较好的20参数模型,分别设计实验探究轨道高度、轨道倾角、轨道偏心率和拟合时间对预报精度的影响,最后用GRACE、Swarm、Jason-2和通信、导航中断预测系统(C/NOFS)卫星的实测数据验证结论。

1 广播星历设计

1.1 第一类无奇点轨道根数的广播星历参数

第一类无奇点根数为 $(A, e_x, e_y, i, \Omega, u)$ 。与开普勒轨道根数的关系^[20]为

$$e_x = e \cos \omega \quad (1)$$

$$e_y = e \sin \omega \quad (2)$$

$$u = \omega + M \quad (3)$$

e_x 与 e_y 组成二维偏心率矢量 \mathbf{e} ,方向指向近

地点。新的组合 u 解决了在轨道小偏心率的情况下引起的近地点幅角与平近点角 M 强相关问题。基于第一类无奇点的广播星历参数集^[8, 20-22]如表 1 所示。

表 1 第一类无奇点广播星历参数集

参数	意义
t_{oe}	星历参考时刻
ΔA	半长轴与参考值之差
e_x	轨道偏心率分量
e_y	轨道偏心率分量
u	椭圆运动方向快变量
i_0	轨道倾角
Ω_0	参考时刻升交点赤经
Δn	平均角速度改正量
i	轨道倾角变化率
$\dot{\Delta\Omega}$	升交点赤经变化率与参考值之差
C_{rc}	卫星矢量长度余弦调和改正项
C_{rs}	卫星矢量长度正弦调和改正项
C_{uc}	升交点角距余弦改正项
C_{us}	升交点正弦改正项
C_{ic}	轨道倾角余弦改正项
C_{is}	轨道倾角正弦改正项
\dot{A}	半长轴与参考值之差一阶变化率
\ddot{A}	半长轴与参考值之差二阶变化率
$\dot{\Delta n}$	平均角速度改正量一阶变化率
$\ddot{\Delta n}$	平均角速度改正量二阶变化率
C_{rc3}	卫星矢量长度三分之一周期余弦调和改正项
C_{rs3}	卫星矢量长度三分之一周期正弦调和改正项
C_{uc3}	升交点角距三分之一周期余弦改正项
C_{us3}	升交点角距三分之一周期正弦改正项
C_{ic3}	轨道倾角三分之一周期余弦改正项
C_{is3}	轨道倾角三分之一周期正弦改正项

编号 1~16 组成基础的 16 参数广播星历模型, 通过从编号 17~26 挑选出若干附加参数的方式设计了 8 种第一类无奇点广播星历参数模型^[8, 20], 具体方案设计如表 2 所示。

表 2 基于第一类无奇点广播星历设计方案

参数方案	附加参数
16	
17-1	\dot{A}
17-2	$\dot{\Delta n}$
18	\dot{A} $\dot{\Delta n}$
19-1	\dot{A} \ddot{A} $\dot{\Delta n}$
19-2	\dot{A} $\dot{\Delta n}$ $\ddot{\Delta n}$

(续)

参数方案	附加参数
20	\dot{A} $\dot{\Delta n}$ C_{rc3} C_{rs3}
23-1	\dot{A} C_{rc3} C_{rs3} C_{uc3} C_{us3} C_{ic3} C_{is3}
23-2	$\dot{\Delta n}$ C_{rc3} C_{rs3} C_{uc3} C_{us3} C_{ic3} C_{is3}

1.2 精度评定方法

星历参数的拟合误差直接影响用户导航定位的精度。评定广播星历拟合精度时一般使用 3 个标准: 三维位置精度、RMS 误差、URE 误差。URE 的来源包括卫星轨道预报与钟差共同造成的误差, 在用户实际定位时, URE 指标综合反映了广播星历的精度, 考虑了卫星轨道与钟差共同造成的影响。由于本文只考虑广播星历造成的误差, 拟合与预报 URE 的计算公式为^[22-24]

$$U_{RE} = \sqrt{w_R^2 (\Delta R_i)^2 + w_{A,C}^2 (\Delta A_i)^2 + (\Delta C_i)^2} \quad (4)$$

式中 w_R 和 $w_{A,C}$ 为径向、切向和法向的贡献因子。这些贡献因子的值与卫星轨道高度密切相关, 本质上是卫星覆盖范围贡献因子的统计值。

2 实验与结果分析

2.1 实验结果

使用系统工具包 (system tool kit, STK) 软件, 采用高精度轨道预报模型 (high precision orbit propagator, HPOP) 仿真轨道高度为 1 000 km, 轨道倾角设置为 30° 的低轨卫星精密轨道数据。考虑到低轨卫星轨道偏心率通常较小, 在仿真卫星轨道时, 其偏心率设置为 0.001。仿真时卫星轨道精密星历采样率设置为 1 min。仿真时间跨度为 2021 年 1 月 6 日 0 时至 2021 年 1 月 7 日 0 时共计 24 h 的精密卫星轨道数据, 并将其认为是真值。分别使用传统的 16 参数广播星历模型和 8 种基于第一类无奇点轨道根数设计的广播星历, 分别基于相同数据进行拟合和预报实验。

将 20 min 作为一个弧段, 将弧段内的坐标按不同方案拟合为轨道根数, 以当前弧段的起始时刻和坐标为起算点, 用轨道根数结合时间计算出当前 20 min 弧段和下一个 5 min 弧段精密星历对应时刻的坐标, 计算与精密星历的差值, 结合式(4) 计算拟合与预报的 URE 误差。分别采用 1 d 72 个弧段 (共 24 h) 的拟合 URE 误差和 71 个弧段 (最后一个弧段不预报) 的预报 URE 误差, 计算其均方根误差。具体拟合与预报结果的统计值如表 3 所示。

表3 几种基于第一类无奇点方案 1 000 km 轨道的拟合与预报结果(拟合时间长度: 20 min; 轨道倾角: 30°)

参数方案	模式	拟合 URE	预报 URE				
			1 min	2 min	3 min	4 min	5 min
16		0.104	0.566	1.090	1.815	2.772	3.991
17-1	\dot{A}	0.049	0.351	0.797	1.470	2.419	3.694
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.047	0.339	0.768	1.418	2.339	3.577
18	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.036	0.285	0.707	1.412	2.500	4.093
19-1	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\dot{n}$	0.021	0.216	0.606	1.296	2.403	4.066
19-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.021	0.214	0.598	1.279	2.372	4.016
20	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}$	0.030	0.143	0.379	0.842	1.645	2.945
23-1	$\dot{A}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{rs3}, C_{rc3}$	0.008	0.124	0.415	1.002	2.042	3.733
23-2	$\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{rs3}, C_{rc3}$	0.008	0.121	0.408	0.987	2.012	3.683

从表中 9 个方案的拟合与预报结果可知,随着参数的增加,轨道拟合的精度提升显著。若相同数量参数取较优方案,相对于 16 参数方案 10.4 cm 的拟合误差,17 参数、18 参数、19 参数、20 参数和 23 参数方案的误差分别为 4.7、3.6、2.1、3 和 0.8 cm,分别提升了 54.8%、65.4%、79.8%、71.2%和 92.3%,其中,20 参数方案的拟合精度比 19 参数要差。17~23 参数方案 1~4 min 的预报精度全部优于 16 参数方案,而在 5 min 的预报时间刻度上,17 参数、20 参数和 23 参数方案的预报误差分别为 3.577、2.945 和 3.683 m,相对于 16 参数方案 3.991 m 的误差仅提升了 10.4%、26.2%、7.7%,另外 18 参数和 19 参数方案预报精度几乎没有提升。从图 1 中可更加直观地看出各种方案的对比。

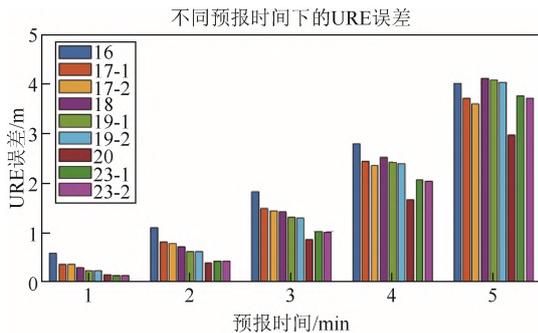


图1 1 000 km 轨道不同方案的 5 min 预报 URE 误差

2.2 拟合与预报的影响因素分析

为研究预报精度与轨道倾角的关系,考虑未来 LEO 星座设计中可能出现的所有倾斜情况,每隔 5°模拟了轨道倾角从 0°变化至 90°,且轨道偏心率和轨道高分别为 0.001 和 1 000 km 的不同轨道。采用 20 参数方案预报 5 min 的 URE 误差与轨道倾角的关系如图 2 所示。

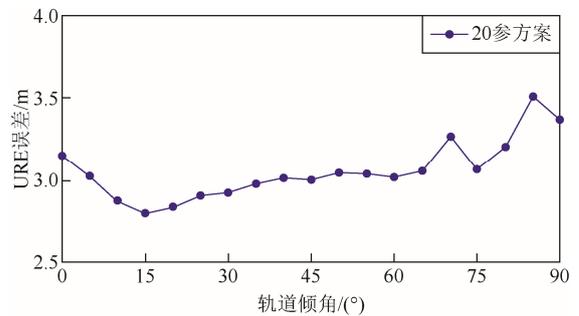


图2 20 参数方案 1 000 km 轨道不同倾角的 5 min 预报 URE 误差

由图 2 可知,当轨道倾角为 0°~15°时,预报 URE 误差明显随轨道倾角的升高而下降。当轨道倾角为 15°时,5 min 的预报 URE 误差最小,为 2.79 m。在 15°~40°区间,预报 URE 随轨道倾角的升高而变大,在 40°时达到 3.01 m;轨道倾角大于 65°时,预报 URE 误差呈震荡上升趋势,在 85°时达到最大值 3.52 m,相比 15°时的最小值增加了 26.2%。总的来说,预报 URE 误差与轨道倾角表现出较大相关性,倾角小于 5°或大于 65°都会使 URE 误差明显增大。

为研究预报精度与轨道高度的关系,考虑未来 LEO 星座设计中可能出现的所有轨道高度,模拟了在轨道倾角为 30°,且轨道偏心率为 0.001 的情况下,300~1 500 km 的不同轨道。采用不同参数方案预报 5 min 的 URE 误差与轨道高度的关系如图 3 所示。可知,所有的参数设计方案 5 min 预报的 URE 误差都随着轨道高度的升高而降低,23-1 参数方案的预报 URE 误差降幅最大,达到了 91.86%,误差为 1.343 m,而降幅最小的 16 参数方案也达到了 78%。

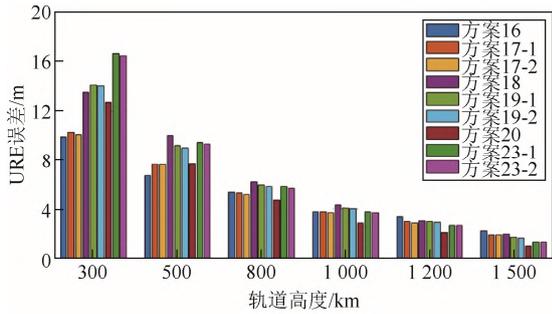


图 3 不同轨道高度 5 min 预报 URE 误差

为探究拟合时长与预报精度的关系,每隔 100 km 仿真了轨道高度从 300 km 升高至 1 500 km, 倾角 30°, 且偏心率 0.001 的轨道。采用 20 参数方案, 分别用 10~30 min 时间长度拟合的参数预报 5 min 的轨道。由图 4 可知, 拟合时长为 10 min 时轨道的预报精度较其余方案明显较差, 在 300 km 轨道上 5 min 预报 URE 误差达到了 38.76 m, 且预报精

度不会随着轨道高度的升高而变好, 可能是由于拟合时长过短, 参数的拟合稳定性太差, 存在单个弧段拟合失败导致预报 URE 误差较大。15~30 min 拟合时长的所有方案均表现出预报 URE 误差随轨道高度升高而降低的较好稳定性。考虑到预报精度, 15 和 20 min 方案的 URE 误差差异较小, 且都小于 25 和 30 min 方案, 因此 15 和 20 min 都是较为理想的拟合时长。

为探究轨道偏心率与预报 URE 的关系, 仿真了轨道高度为 1 000 km, 倾角为 30°, 且偏心率从 0.001 增大至 0.03 的不同轨道。采用 20 参数方案分别基于 15 和 20 min 拟合时长方案预报 5 min 的 URE 误差。图 5 展示了 15 和 20 min 拟合弧长在不同偏心率轨道上的 5 min 预报 URE 误差。可知, 15 min 拟合弧长的预报 URE 误差优于 20 min 拟合弧长的预报 URE 误差。随着偏心率变大, 预报

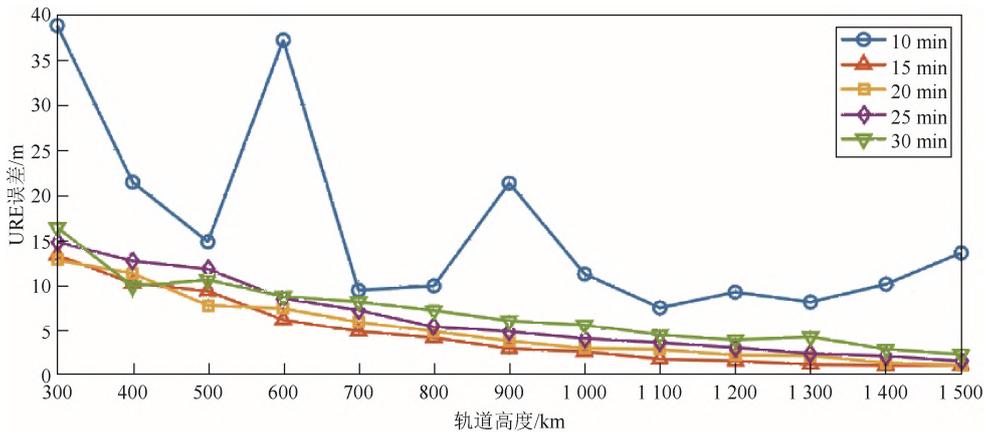


图 4 20 参数方案不同拟合时长的 5 min 预报 URE 误差

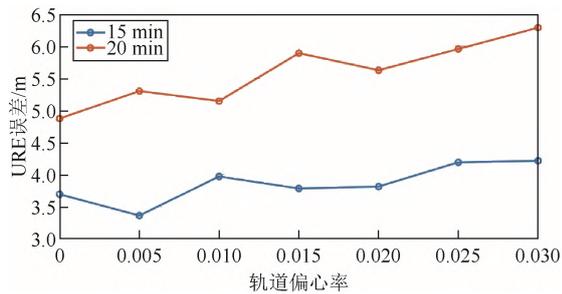


图 5 20 参数方案不同拟合时长不同偏心率 5 min 预报 URE 误差

URE 误差总体上呈现增大趋势, 其中拟合时长为 15 min 的方案在偏心率为 0.005 时的预报 URE 误差最小。

2.3 低轨卫星实测数据分析

上述实验都是在仿真精密星历基础上进行的, 为了验证本文结论, 采用实测 Swarm、GRACE、C/NOFS 和 Jason-2 卫星的精密星历, 采用 20 参数 20 min 拟合时间方案进行实验。轨道具体参数如表 4 所示。

表 4 真实低轨卫星精密星历的基本轨道数据

名称	轨道倾角/(°)	偏心率	高度/km	日期
Swarm	87.4	0.001	450	2023-01-21
GRACE	89.0	0.001	500	2023-01-27
C/NOFS	13.0	0.001	400~500	2011-10-29
Jason-2	66.0	0.001	1 336	2017-05-09

Swarm、GRACE 和 C/NOFS 卫星实测数据 1~5 min 的预报 URE 误差如表 5 所示。可知 URE 误差随预报时间的推移而显著上升。预报 1 min 时 3 颗卫星的预报 URE 误差范围为 0.7~1 m；3 min 时卫星的预报误差范围是 3.1~3.5 m；直到 5 min 时，3 颗卫星的预报 URE 误差范围是 10~11 m。另外，从表中可以看出，Jason-2 卫星的预报 URE 误差显著小于前 3 颗卫星，5 min 时刻预报 URE 误差仅为 3.563 m。

由于 Swarm 卫星和 GRACE 的轨道倾角(87.4°

和 89°) 接近且远大于 65°，造成预报 URE 误差显著变大。轨道高度上，Swarm 卫星略低于 GRACE 卫星。根据 2 颗卫星 5 min 预报 URE 误差可以验证前一节预报 URE 误差随轨道高度升高而降低的结论。前 3 颗卫星高度明显低于 1 000 km，结合图 4 可解释 5 min 预报 URE 误差过大的现象。Jason-2 卫星轨道高度显著大于 500 km，轨道倾角为 66°，5 min 预报误差仅有 3.464 m。总体上，实测数据结果验证了仿真数据中轨道高度和轨道倾角会影响 URE 预报的结论。

表 5 真实低轨卫星 5 min 预报 URE 误差

名称	预报 URE				
	1 min	2 min	3 min	4 min	5 min
Swarm	0.727	1.651	3.402	6.345	10.982
GRACE	0.965	1.651	3.16	5.822	10.093
C/NOFS	0.755	1.532	3.500	6.135	10.263
Jason-2	0.143	0.411	1.435	2.163	3.464

3 结束语

本文基于第一类无奇点轨道设计的 8 种星历模型为基础，通过轨道根数直接外推的方式获得了每种参数模型 1~5 min 的预报 URE 误差。基于 20 参数方案，讨论了 5 min 预报 URE 误差和轨道倾角、偏心率、轨道高度和拟合时间长度的关系。

1) 增加轨道参数个数对降低拟合 URE 误差效果显著，但对预报 URE 提升有限。相比于 16 参模型，23 参数模型拟合 URE 误差提升幅度达到 92.3%，但是相应的 5 min 预报 URE 误差仅提升 7.7%，20 参数模型的拟合 URE 提升幅度为 71.2%，预报 URE 提升幅度为 26.2%。

2) 20 参数方案在轨道倾角为 15°时误差最小，倾角小于 5°或大于 65°都会使拟合 URE 误差显著变大。

3) 20 参数方案的预报 URE 误差随轨道高度的升高而下降，在轨道高度大于 600 km 时，15 min 的拟合弧长预报 URE 误差小于 20 min 的拟合弧长预报 URE 误差。

4) 拟合弧长小于 15 min 时，20 参数方案的预报 URE 误差会显著变大。

综合以上实验结论，20 参数方案作为低轨卫星广播星历播发的备用方案是可行的，可解决小偏心率、小倾角的奇异问题，同时获得较好的预报精度。但目前低轨卫星的轨道数据多样性还不够，实验结论需要更多实测数据进行进一步验证。

参考文献

- [1] LI Xingxing, MA Fujian, LI Xin, et al. LEO constellation-augmented multi-GNSS for rapid PPP convergence[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(5): 749-764.
- [2] LI Xin, LI Xingxing, MA Fujian, et al. Improved PPP ambiguity resolution with the assistance of multiple LEO constellations and signals[J]. Remote Sensing, 2019, 11(4): 408.
- [3] LI Xingxing, LYU Hongbo, MA Fujian, et al. GNSS RTK positioning augmented with large LEO constellation[J]. Remote Sensing, 2019, 11(3): 228.
- [4] TIAN S W, DAI W H, LIU R F, et al. System using hybrid LEO-GPS satellites for rapid resolution of integer cycle ambiguities[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(3): 1774-1785.
- [5] 王涵, 王海涛, 王国成. 广播星历参数变化特征分析与异常监测[J]. 导航定位学报, 2023, 11(6): 76-86.
- [6] YANG Yuanxi, LI Jinlong, XU Junyi, et al. Contribution of the compass satellite navigation system to global PNT

- users[J]. Chinese Science Bulletin, 2011, 56(26): 2813-2819.
- [7] REID T. Orbital diversity for global navigation satellite systems [D]. Stanford: Stanford University, 2017.
- [8] MENG Lingdong, CHEN Junping, WANG Jiexian, et al. Broadcast ephemerides for LEO augmentation satellites based on nonsingular elements[J]. GPS Solutions, 2021, 25(4): 129.
- [9] 肖琴琴, 崔先强, 周忠于, 等. GLONASS 和 GPS 广播星历参数及拟合算法分析[J]. 导航定位学报, 2016, 4(3): 20-25.
- [10] 熊芷玄, 冯畅. GNSS 广播星历精度评估与分析[J/OL]. 导航定位学报. [2024-04-12]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/10.1096.P.20240318.1020.002.html>.
- [11] 阮仁桂, 贾小林, 吴显兵, 等. 关于坐标旋转法进行地球静止轨道导航卫星广播星历拟合的探讨[J]. 测绘学报, 2011, 40(S1): 145-150.
- [12] 张中凯, 杜兰, 刘利, 等. GEO 广播星历参数设计的无奇点根数法[J]. 测绘学报, 2014, 43(5): 452-457.
- [13] DU Lan, ZHANG Zhongkai, ZHANG Jin, et al. An 18-element GEO broadcast ephemeris based on non-singular elements[J]. GPS Solutions, 2015, 19(1): 49-59.
- [14] 王鼎蔚, 杜兰, 郑勇, 等. LEO 广播星历参数设计的无奇点根数法[J]. 测绘科学技术学报, 2017, 34(1): 31-37.
- [15] 高鹏, 乔学军, 范城城. HY-2 卫星精密轨道拟合与外推的两种方法比较[J]. 海洋测绘, 2013, 33(4): 58-61.
- [16] 刘林, 王彦荣. 卫星轨道预报的一种分析方法[J]. 天文学报, 2005(3): 307-313.
- [17] 王亚菲, 钟世明, 王海涛, 等. LEO 卫星轨道预报精度分析[J]. 测绘学报, 2016, 45(9): 1035-1041.
- [18] 钟世明, 王亚菲, 王海涛, 等. 基于 Collocation 积分法的 LEO 卫星轨道预报研究[J]. 地球物理学进展, 2016, 31(3): 1045-1051.
- [19] STEIGENBERGER P, HUGENTOBLER U, MONTENBRUCK O, et al. Precise orbit determination of GIOVE-B based on the congo network[J]. Journal of Geodesy, 2011, 85(6): 357-365.
- [20] 方善传, 杜兰, 高云鹏, 等. LEO 卫星轨道根数型星历参数与接口设计[J]. 测绘学报, 2019, 48(2): 198-206.
- [21] 袁俊军, 李凯, 唐成盼, 等. 面向精密位置服务的低轨卫星轨道预报精度分析[J]. 测绘学报, 2022, 51(5): 640-647.
- [22] XIE Xin, GENG Tao, ZHAO Qile, et al. Design and validation of broadcast ephemeris for low Earth orbit satellites[J]. GPS Solutions, 2018, 22(2): 1-11.
- [23] 杨建华, 唐成盼, 宋叶志, 等. GNSS 导航电文空间信号测距误差分析[J]. 中国科学:物理学 力学 天文学, 2021, 51(1): 72-84.
- [24] MONTENBRUCK O, STEIGENBERGER P, HAUSCHILD A. Broadcast versus precise ephemerides: A multi-GNSS perspective[J]. GPS Solutions, 2015, 19(2): 321-333.